ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра информатики и методики преподавания математики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКТ ДИСЦИПЛИНЫ:

«Компьютерное моделирование»

Специальность:

Специальность 032100 Математика
с дополнительной специальностью 030100 Информатика

Воронеж 2008

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра информатики и методики преподавания математики

Учебно-методический комплект дисциплины **Компьютерное моделирование**

АННОТАЦИЯ

1. Минимальные требования к содержанию дисциплины:

Понятие моделирования и компьютерного моделирования. Модель Виды моделей. Классификация моделей. Этапы моделирования. Имитационное моделирование. Модели динамических систем.Численный эксперимент. Его взаимосвязи с натурным экспериментом и теорией. Достоверность численной модели. Анализ и интерпретация модели. Моделирование стохастических систем Сетки, конечные элементы. Прямые и итерационные алгоритмы. Данные и методы их обработки. Моделирование случайности. Датчики случайных чисел. Моделирование неравномерных распределений. Простейшие модели случайных процессов. Примеры математических моделей в химии, биологии, экологии, экономике. Учебные компьютерные модели. Понятие о нечеткой логике и нечетких множествах,их использование в создании моделей в педагогике и психологии.

2. Цели дисциплины:

- получение знаний о понятиях модель, моделирование, компьютерное моделирование
- получение знаний об основных видах моделей и их классификации.
- получение знаний о возможностях создания различных моделей с помощью различных средств моделирования

3. Задачи дисциплины:

- формирование профессиональной компетентности в области использования различных сред при создании компьютерных моделей.

4. Взаимосвязь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности:

Данный курс основывается на дисциплинах ″Информатика″, ″Программирование″, ″Программное обеспечение″, ″Численные методы″, ″Теоретические основы информатики″, ″Исследование операций″, ″Теория вероятностей и математическая статистика″. В данном курсе большое внимание отводится использованию изученных прикладных сред и сред программирования для создания комьютерных моделей различных типов.

5. Ожидаемые результаты освоения дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен

- ЗНАТЬ: различные виды моделей и средств создания компьютерных моделей

- УМЕТЬ: проводить компьютерный эксперимент в различных областях науки и техники образования в соответствии с целесообразностью и адекватным использованием в данной области компьютерных моделей
- ВЛАДЕТЬ: основными навыками создания компьютерных моделей с помощью различных средств моделирования
- ИМЕТЬ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ: об этапах моделировния, тестировании модели способах оценки адекватности моделей.

6. Перечень элементов учебно-методического комплекта:

- рабочая программа дисциплины;
- учебно-методическое обеспечение дисциплины по видам занятий в соответствии с рабочей программой:

  - Конспекты лекционных занятий
  - Методические указания к выполнению лабораторных работ
  -Зачетный тест перед экзаменом
  -Вопросы для контрольных работ
  -Материалы для текущего контроля студентов

- методическое обеспечение всех видов контроля знаний студентов:
- -Список учебной литературы
  - Список вопросов к зачету
  - Список вопросов к экзамену(зачетному тесту)
  - Список тем для курсовой работы
  - Учебная программа по курсу “Компьютерное моделирование”

7. Список авторов элементов УМК: - доцент кафедры информатики и методики преподавания Богданова М.В.

8. Нормативные документы, требования которых учитывались при разработке УМК дисциплины: ГОС по специальности, учебный план по специальности.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра информатики и методики преподавания математики

Учебно-методический комплект дисциплины: Компьютерное моделирование

Специальность 032100 Математика
с дополнительной специальностью 030100 Информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Потапов А.С.

«___» _____________ 2008 г.

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

Ведущий лектор:

Богданова М,В, к.техн.наук., доцент

Одобрен на заседании кафедры

«__» _________ 200 __ г. протокол № _________

Воронеж

2008

Лекция N1

Тема: “Понятие ″модели″. Моделирование как метод познания. Натуральные и абстрактные модели.“

Понятие модели, виды моделей.

Модель – схематическое представление того или иного предмета, с помощью выбранных средств моделирования.

Модель отражает основную структуру предмета и его свойства, существует большое количество классификаций моделей.

Модель – абстрактный образ объекта или явления и отношений между отдельными частями объекта или явления.

Любая модель это некоторая абстракция, звено в цепочке познания от опыта к абстракции, к осмыслению. Когда осмыслили снова опыту, к практике.

Процесс создания модели называется *моделированием*.

Существует несколько распространенных видов классификаций моделей определяющихся следующими принципами:

1) областью использования (учебные модели, опытные модели, научно-технические модели, игровые модели);
2) с учетом моделью временного фактора (статические и динамические модели);
3) отрасль знаний (экономика, история, биология и др.);
4) способ представления модели (материальные и абстрактные модели).

Учебные модели используются в процессе обучения – это обучающие программы, различные тренажеры, наглядные пособия.

Опытные модели – уменьшенные или увеличенные копии объекта, используемые для подробного исследования объекта и прогнозирования его будущих характеристик. Например: модель самолета, которая подвергается воздействию в аэродинамической трубе.

Научно-технические модели созданы для исследования процессов. К таким моделям можно отнести стенд для проверки работы схем, транзисторов и т. д..

Игровые модели – деловые, спортивные, экономические, военные и т. п. игры.

С помощью этих моделей можно разрешать конфликтные ситуации, оказывать психологическую помощь.

Имитационная модель –не просто отражает реальность с той или иной степенью точности, а имитирует ее.

Статическая модель – это единовременный срез информации по данному объекту.

Динамическая модель представляет собой картину изменения объекта во времени.

Материальные модели всегда имеют реальное воплощение и могут отражать:

1) внешние свойства исходных объектов;
2) внутренние устройства исходных объектов;
3) суть процессов и явлений происходящих с объектами оригинала. (Примеры: скелет, чучело, робот).

Имитационное моделирование – это процесс конструирования на ЭВМ сложной реальной системы функционирующей во времени и подстановки экспериментов на этой модели с целью либо понять поведение системы, либо оценить различные стратегии обеспечив функционирование данной системы.

Основные свойства любой модели

1°. Конечность. Модель отражает оригинал лишь в конечном числе его отношений.

2°. Упрощенность. Модель отражает только существенные стороны объекта, и кроме того модель должна быть проста для исследования или воспроизведения.

3°. Приблизительность. Действительность отображается моделью грубо или приблизительно.

4°. Адекватность. Модель должна успешно описывать моделируемую систему.

5°. Наглядность, обозримость основных свойств и отношений.

6°. Доступность и технологичность для исследования и воспроизведения.

7°. Информативность. Модель должна содержать достаточную информацию о системе и давать возможность получить новую информацию.

8°. Сохранение информации содержащейся в оригинале.

9°. Полнота. В модели должны быть учтены все основные связи и отношения необходимые для обеспечения цели моделирования.

10°. Устойчивость. Модель должна описывать и обеспечивать устойчивость поведения системы, даже если она в начале является не устойчивой.

11°. Замкнутость. Модель учитывает и отображает замкнутую систему необходимых основных гипотез, связей и отношений.

Лекция N 2

Тема: ”Виды моделирования в естественных и технических науках. Компьютерная модель.“

Модель детерминированная

Если каждому входному набору параметров соответствует вполне определенный и однозначно определенный набор выходных параметров. В противном случае модель не детерминированная (стохастическая, вероятностная).

Пример: Рассматривается физическая модель свободного падения тела.

Данная модель является детерминированной.

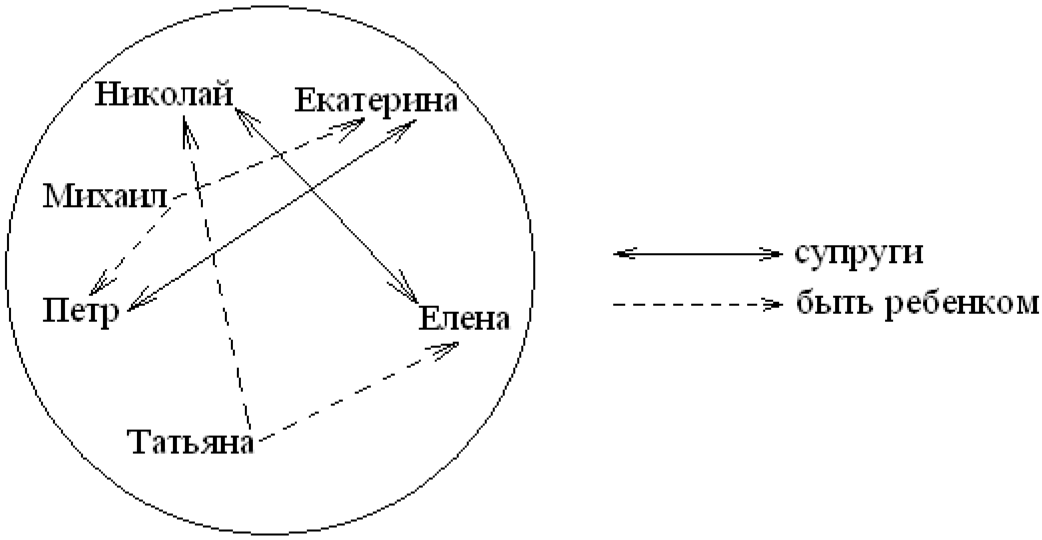
Если бы учли случайный параметр, например порыв ветра с силой p при падении тела, то S считалось бы по другой формуле: $S = (g(p) \cdot t^2)/2$ и модель называлась бы стохастической.

Модель теоретико-множественная

Если она представима с помощью некоторых множеств и отношений принадлежности им и между ними.

Пример: Пусть задано множество X = Николай, Петр, Николаев, Петров, Елена, Екатерина, Михаил, Татьяна. Заданы отношения: Николай – супруг Елены, Екатерина – супруга Петра, Татьяна – дочь Николая и Елены, Михаил – сын Петра и Екатерины. Семья Николая и Петра дружат друг с другом. Множество X и множество перечисленных отношений Y могут служить теоретико-множественной моделью двух дружеских семей.

Изобразить с помощью графов:



Модель логическая

Если она представима предикатами или логическими функциями.

<u>Пример:</u> Совокупность двух логических функций

$z = \bar{x} \wedge y \vee x \wedge \bar{y}$

$P = x \wedge y$

может служить математической моделью одноразрядного сумматора.

Модель игровая

Если она описывает, реализует некоторую игровую ситуацию.

Модель алгоритмическая

Если она описана некоторым алгоритмом или комплексом алгоритмов, определяющим её функции.

<u>Пример:</u> Алгоритмической моделью квадратного корня может служить алгоритм вычисления его приближенного сколь угодно точного отношения по известной рекуррентной формуле.

Модель языковая (лингвистическая)

Если она представлена некоторым лингвистическим объектом, формализованной языковой системой или структурой.

Пример: Правило дорожного движения.

Языковая структурная модель движения транспорта и пешеходов.

Модель визуальная

Если она позволяет визуализировать отношения и связи моделируемой системы.

Модель натурная

Если она материальная копия объекта моделирования.

Пример: Глобус.

Модель геометрическая

Если она представима геометрическими образами и объектами.

Пример: Прямая линия является моделью числовой оси.

Параллелограмм является моделью плоскости, либо моделью квадрата.

Модель клеточно-автоматная

Если она представляет систему с помощью клеточного автомата.

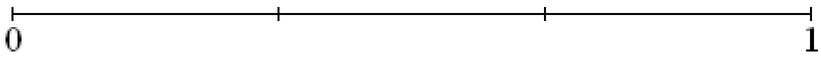
Пример: Классическая клеточно-автоматная модель: игра «жизнь» Дж. Конвея.

Модель фронтальная

Самая сложная, она описывает эволюцию моделируемой системуэволюции фронтальных объектов.

Пример: Множество Кантора.

Возьмем отрезок [0; 1] и разобьем его на три части.



Выбросим из донного отрезка средний отрезок и каждый из оставшихся отрезков опять разобьем на три части.

Из каждого отрезка выбросим средние части и каждый из оставшихся отрезков опять разобьем на три части.

Продолжая разбиение таким образом получим множество называемое множеством Квантора.

В пределе получаем несчетное множество изолируемых точек.

Фронтальная модель применяется обычно тогда, когда реальный объект нельзя представить в виде классической модели. Когда имеем дело с нелинейностью (много вариантностью) путей развития, необходимостью выбора и недетерминированностью (хаотичностью и необратимостью) процесса.

Пример: Математические модели динамики эпидемии инфекционной болезни, радиоактивного распада, усвоение второго иностранного языка и др..

Компьютерное моделирование

Компьютерное моделирование – основа представления знаний в ЭВМ.

Компьютерное моделирование для рождения новой информации использует любую информацию, которую можно актуализировать с помощью ЭВМ.

Процесс моделирования связан с разработкой систем компьютерного моделирования.

Разновидностью компьютерного моделирования является вычислительный эксперимент, т. е. эксперимент осуществляемый с помощью компьютерной среды или технологии.

Вычислительный эксперимент становится новым инструментом, методом научного познания новой технологии из-за необходимости исследования сложных и нелинейных математических моделей системы.

Вычислительный эксперимент позволяет находить новые закономерности, проверять гипотезы, визуализировать ход событий.

Пример: Модель повторяющейся эпидемии.

Лекция N3

Тема: "Абстрактные вербальные, информационные модели. Объект и их связи. Основные структуры в информационном моделировании. Примеры."

Абстрактная модель не имеет естественного воплощения, основу этой модели составляет информация, она делится на мысленную и вербальную.

Вербальную модель человек использует для передачи своих мыслей другим (слова, разговор).

Абстрактная модель не имеет естественного воплощения, основу этой модели составляет информация, она делится на мысленную и вербальную.

Мысленная модель возникает в процессе любой созидательной деятельности человека.

Вербальную модель человек использует для передачи своих мыслей другим (слова, разговор).

Информационные модели делятся на образно-знаковые и знаковые модели.

Фотографии, географические карты, диаграммы – это *образно-знаковые модели*, они учитывают цвет и форму. Их можно разделить на:

1) геометрические (чертеж, план, карта, рисунок) отображающие внешний вид оригинала;
2) структурные модели отображающие строение объектов и связи их параметров (таблица, граф, схема, диаграмма);
3) словесные модели зафиксированные средствами языка;
4) алгоритмическая модель(нумерованный список, блок-схема).

Знаковые модели делятся на:

1) математические модели представленные математическими формулами, отображающие связи различных параметров объекта, системы, процесса;
2) специальные модели представленные на специальных языках (химические формулы, ноты и др.);
3) алгоритмические модели представлены в виде программы записанной на специальном языке программирования.

Лекция N4

Тема: “Имитационное моделирование. Модели динамических систем. Инструментальные программные средства для моделирования динамических систем. Модель популяции.”

Имитационное моделирование – это процесс конструирования на ЭВМ сложной реальной системы функционирующей во времени и подстановки экспериментов на этой модели с целью либо понять поведение системы, либо оценить различные стратегии обеспечив функционирование данной системы.

Задача 2. Задача о лисах и кроликах (биологическая задача).

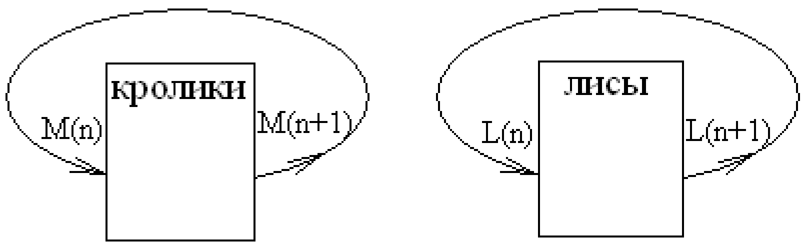
На некотором острове живут лисы и кролики. Кролики питаются травой, а лисы охотятся на кроликов. Экологи пересчитывая кроликов и лис установили:

1) коэффициент прироста числа кроликов зависит от колебания погоды (холодная или теплая зима и т. д.) и колеблется в пределах от 3,2 до 4,7;
2) коэффициент прироста числа лис при избытки крольчатины колеблется от 5,2 до 5,7. При недостатки он пропорционален приросту кроликов.

Коэффициент пропорциональности ≈ 1/C, где C – масса крольчатины в среднем съедаемая одной лисой за год (примем за 50).

Требуется установить как меняется численность кроликов и лис с течением времени

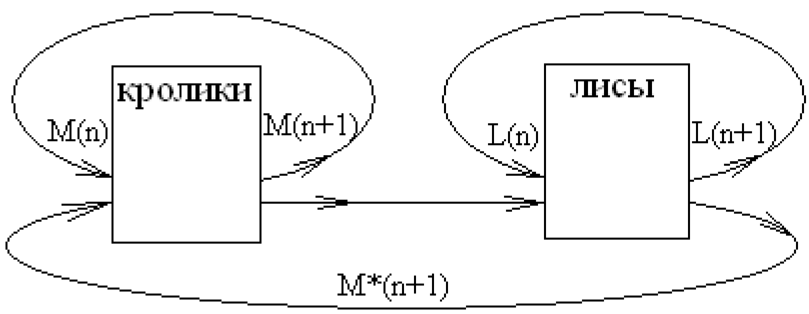
Построение модели:



M(n) – масса кроликов через n лет.

L(n) – масса лис через n лет.

Взаимодействие лис и кроликов:



В этой динамической системе усматривается три контура обратной связи. Опишем их расчетными формулами.

<u>Кролики:</u> прирост иде6т в соответствии с моделью неограниченного роста. Их поедают лисы, поэтому изменение кроликов можно записать так:

$M(n+1) – M(n) = k \cdot M(n) – C \cdot L(n)$

M(n+1) = (1+k) · M(n) – C · L(n)

Лисы: если кроликов очень много, то численность кроликов растет по модели ограниченного роста, а численность лис тоже растет по модели неограниченного роста. Если крольчатины мало, то прирост определяется величиной, $\frac{M(n+1)-M(n)}{C}$ показывающей сколько новых лис может прокормиться за счет прироста кроликов.

Для лис можно вывести формулу:

L(n+1) – L(n) = min (a, $\frac{M(n+1)-M(n)}{C}$) · L(n)

L(n+1) = (1 + min (a, $\frac{M(n+1)-M(n)}{C}$)) · L(n)

где a- коэффициент неограниченного роста кроликов.

Заполнить электронную таблицу следующими данными:

a = 0.1

k = 4

C = 50

M(0) = 10000

L(0) = 100

Узнать, сколько кроликов и лис будет через 5 лет, 10 лет. Построить графики L(n) и M(n) как функция от n.

Лекция N5

Моделирование в среде MathCAD, Maple

Для того, чтобы решить простейшее уравнение в среде MathCAD задаётся уравнение F(x)=0,затем выписываются отдельно коэффициенты этого уравнения.

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_1 = 2$
$x_2 = 3$

тогда задаём x∈ (1,-5.6) промежуток где лежит корень уравнения а затем вызывается функция A:=polyroots(x).

Для того, чтобы решить уравнение в среде Maple используют следующие функции:

Solve(f(x),x);

F(x) это уравнение, x – переменная,

или fsolse(f(x),x,p);

p-параметр, p=[-1,1], после каждой скобки знак ;

Замечание. Если необходимо решить уравнение в символьном виде, то для него используется функция solve(eq,var);

Eq- уравнение, var –переменная.

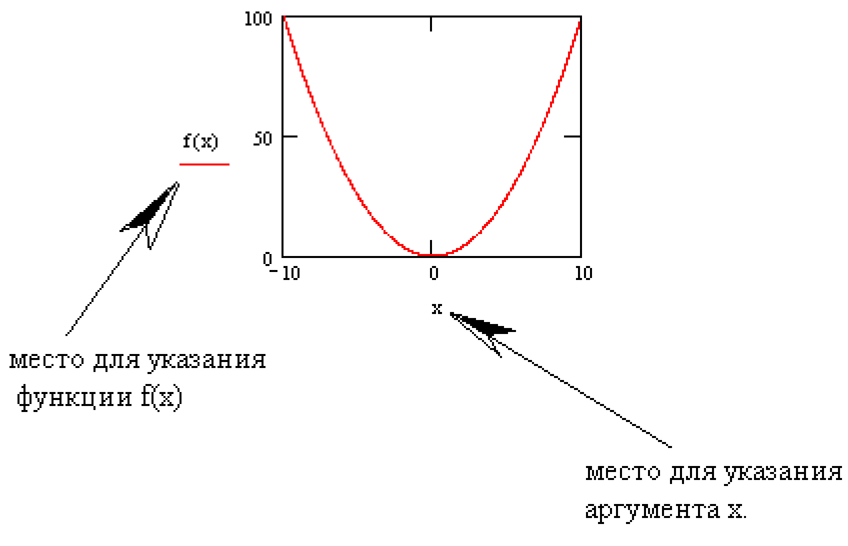
Для того чтобы, изобразить график в среде MathCAD, надо сначала указать диапазон изменения аргумента т.е. показать как меняется x и y.

x:=-5,-4.5..5

y:=-10,-9.5..10 нажав клавиши . . - :

Затем вызывается из меню график и задаётся на графике x и f(x).

$f(x) := x^2$



Для задания поверхности надо указать диапазоны, указать формулу, затем в меню «графики» вызываем «поверхность».

Все графики необходимо располагать строго после описания диапазонов и функций.

Maple позволяет решать уравнения и изображать графики функций.

Для построения графика указывается значение переменной (имя)

P:=plot(<функция 1>,<функция 2>,<диапазон для аргумента>): p;

Пример:

P;=plot(x^3,x-1,x:=-2..2):p; - это пример решения уравнения x^3-x-1.

Для моделирования в среде Maple можно использовать построение графиков а также построение поверхностей.

Моделирование в среде MathCAD задачи «Хищники и жертвы».

В 1925 г. В Италии образовался союз двух учённых: математика Вито Вольтер и зоолог Д’Анконо. Рассматривалась задача о явлении, связанном с периодическим в несколько лет возрастанием и убыванием улова промысловых рыб. Статистика привела к следующему выводу: в период 1ой мировой войны интенсивность рыбной ловли в средиземном море резко снизилась, что привело к возрастанию числа хищных рыб, питающихся промысловыми рыбами. В результате численность промысловых рыб резко упала, что в свою очередь привело к гибели части хищных рыб, потому что их пища стала исчезать.

Обсуждая данное явление они пришли к выводу, что помимо внешних факторов (смена времён года, климата) существует причины особого характера, влияющие на популяции животных.

Качественно описать словами данный процесс не представляется возможным, необходимо выразить явления с помощью формул и уравнений. Были проанализированы различные виды животных в разных местах планеты и сделаны следующие допущения модели:

1.пища (жертва) неограниченна средой обитания.

2.хищники питаются только жертвами.

3. прирост жертв пропорционален их численности.

4.убыль жертв пропорциональна произведению числа жертв и хищников.

5.прирост хищников пропорционален произведению числа хищников и жертв.

6.убыль хищников пропорциональны их числу.

Модель такого биоценоза с учётом введённых допущений определяется следующей системой из двух дифференциальных уравнений:

$$\frac{dN_1}{dt} = a_1 N_1 - b_2 N_1 N_2 \quad (1)$$

N_1-жертвы (их число).

t-время

N_2-число хищников.

$$\frac{dN_2}{dt} = -a_2 N_2 - b_1 N_1 N_2 \quad (2)$$

a_1 - коэффициент естественного прироста жертв.

a_2 - коэффициент естественного прироста хищников.

b_1-коэффициент уничтожения хищниками жертв.

b_2-коэффициент защиты жертв от хищников.

Приведём уравнения 1 и 2 к нормированному виду:

$$\frac{dx}{dt} = Bx(1-y)$$

$$\frac{dy}{dt} = y(x-1)$$

где $x = \frac{N_2 b_2}{a_2}$ относительное число жертв.

$y=\dfrac{N_2 b_2}{a_1}$ относительное число хищников.

τ- нормированное время.

B=$\dfrac{a_1}{a_2}$ - коэффициент.

Составим по данной математической модели программу на языке MathCAD (см практику).

Статистические вычисления в среде MathCAD

Данные вычисления проводятся по следующим направлениям:

1.расчёт статистических параметров массива случайной последовательности чисел: среднее значение дисперсии, коэффициент корреляции и т.д.

2. расчёт различных законов плотности с теории вероятности (нормальная, равномерная, биномиальная и т.д.)

3.пасчёт функции распределения вероятности Лапласа, Пуассона, Стьюдента и т.д.

4.генерирование случайной последовательности чисел с равномерными законами распределения вероятности.

Категория «случайные числа» находится в подменю «встроенные функции f(x)».

Краткое описание некоторых функций MathCAD.

rnorm(M,μ,σ) – генерирует случайную последовательность чисел, подчиняющихся нормальному закону распределения.

Runf(M,a,b) - генерирует случайную последовательность чисел имеющих равномерное распределение внутри интервала (a,b)

Rnd(x) - генерирует случайную последовательность чисел имеющих равномерное распределение внутри интервала (0,x).

Категория «статистика» в подменю помогает вычислять среднее значения массива чисел путём обращения к функциям mean (M1,M2…) где M1,M2 – матрицы в которые собраны массивы обрабатываемых чисел.

Чтобы найти дисперсию массива чисел необходимо обратиться к функции var (M1,M2,…)

Коэффициент корреляции двух массивов M1,M2 вычисляется с помощью функции corr(M1,M2).

При нормальном законе распределения вероятности функцию распределения вероятности считают как определённый интеграл от плотности вероятности. Этот интеграл вычисляется с помощью функции pnorm(x,μ,σ).

Лекция N6

Тема: "Различные подходы к классификации математических моделей. Модели с сосредоточенными и распределенными параметрами. Дескриптивные, оптимизационные, многокритериальные, игровые модели. Системный подход в научных исследованиях."

Основные этапы математического и инфологического моделирования

1. Постановка задачи.

1.1. Формулировка.

1.2. Определение цели моделирования и их приоритетов.

1.3. Сбор информации о системе, объекте моделирования.

1.4. Описание данных (их структуры, диапазон источника и т. д.).

2. Предмодельный анализ.

2.1. Анализ существующих аналогов и подсистем.

2.2. Анализ технических средств моделирования (ЭВМ и др.).

2.3. Анализ программного обеспечения (языки программирования, инструментальные среды, пакеты программ)

2.4. Анализ математического обеспечения (модели, методы, алгоритмы).

3. Анализ задачи (модели).

3.1. Разработка структур данных.

3.2. Разработка входных и выходных спецификаций, форм и представлений данных.

3.3. Проектирование структуры и состава модели (подмодели).

4. Исследование модели.

4.1. Выбор методов исследования подмодели.

4.2. Выбор, адаптация или разработка алгоритма.

4.3. Сборка модели в целом из подмоделей.

4.4. Идентификация модели если в этом есть необходимость.

4.5. Формулировка используемых критериев адекватности моделируемой системы устойчивости и чувствительности.

5. Программирование (проектирование программы).

5.1. Выбор метода тестирования и теста (контрольные примеры).

5.2. Кодирование на языке программирования.

5.3 Комментирование программы.

6. Тестирование и отладка.

6.1. Синтаксическая отладка.

6.2. Семантическая отладка (отладка логической структуры).

6.3 Тестовые расчёты, анализ результатов тестирования.

6.4. Оптимизация программы.

7. Оценка моделирования.

7.1. Оценка средств моделирования.

7.2. Оценка адекватности моделируемой системы.

7.3. Оценка чувствительности модели.

7.4. оценка устойчивости модели.

8. Документирование.

8.1. Описание задач и цели.

8.2. Описание метода, алгоритма.

8.3 Описание среды реализации.

8.4. Описание возможностей и ограничений.

8.5. Описаний входных и выходных форматов, спецификаций.

8.6. Описание тестирования.

8.7.Описание инструкции пользователя.

9. Сопровождение.

9.1. Анализ использования, периодичность использования возможность количества пользователей, анализ отказов.

9.2. Обслуживание модели алгоритма программы и их эксплуатация.

9.3. Расширение возможностей: включение новых функций или изменение режимов моделирования.

9.4. Нахождение , исправление скрытых ошибок в программе, если они найдутся.

10. Использование модели.

Лекция N7

Тема: “Численный эксперимент. Его взаимосвязи с натуральным экспериментом и теорией. Достоверность численной модели. Анализ и интерпретация модели.“

Решение краевых задач.

Опр. Краевой задачей называется задача, в которой определённым образом задано условие на краях исследуемой области. Условия определяют поведение искомой функции.

Опр. (постановка краевых задач).

Решить дифференциальное уравнение $y''=f(x,y,y')$, при чём обязательно заданы граничные условия. Найти значения y в каждой точке фиксированной x.

Краевые задачи делятся на разные виды в зависимости от начальных условий:

1. Если граничные условия имеют вид: $y(a)=A$, $y(b)=B$. Где A и B либо константы, либо функция, то это краевые условия первого рода.

2. Если граничные условия имеют вид: $y'(a)=A$, $y'(b)=B$, то это краевая задача второго рода.

3. Если известны комбинации: $\alpha_1 \cdot y'(a)+\beta_1 \cdot y(a)=\gamma_1$ и $\alpha_2 \cdot y'(a)+\beta_2 \cdot y(a)=\gamma_2$ то это краевая задача третьего рода.

Для задач первого рода известна функция, т.е. например, известно значение температуры на краях стержня.

Для задач второго рода на границах сама функция неизвестна, а известна её производная.

Для задач третьего рода неизвестно значение функции, неизвестна производная, а известна их комбинация.

Краевые задачи делятся на три основных типа:

1. Параболического типа (пример: уравнения теплопроводности).

2. Гиперболического типа (уравнение описывающее колебание струны).
3. Эллиптического типа.

Рассмотрим краевую задачу 2-го рода параболического типа.

Задача: (моделирует процессы теплопереноса).

$$\frac{\partial U}{\partial t} = k * \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + f(x,t)$$

k - коэффициент.

f – функция внутренних тепловых источников.

U – температура.

Начальные условия:

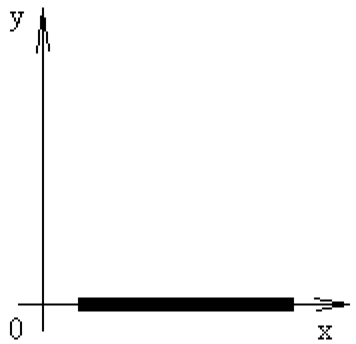
U(x,0)=φ(x)

$\frac{\partial U}{\partial X}\Big|_{x=a} = f(t)$ - левое граничное условие

U(b)=q(t) - правое граничное условие

Для её решения использую метод сеток.

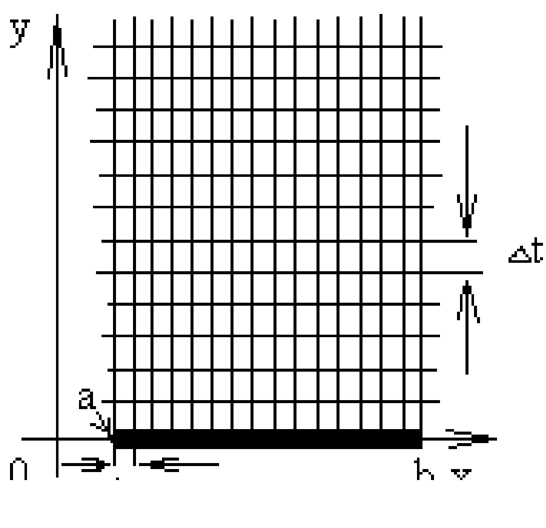
Решение:



Изобразим декартовую систему координат, где отложим x (точка стержня) и y (момент времени).

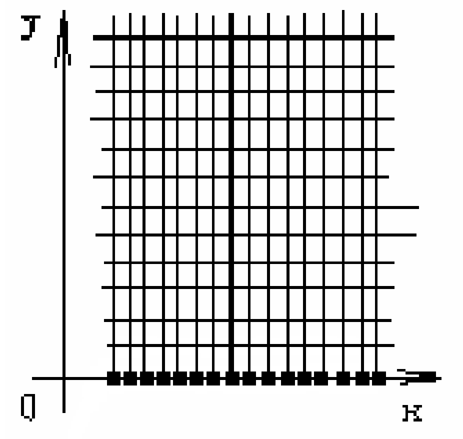
Рассмотрим стержень.

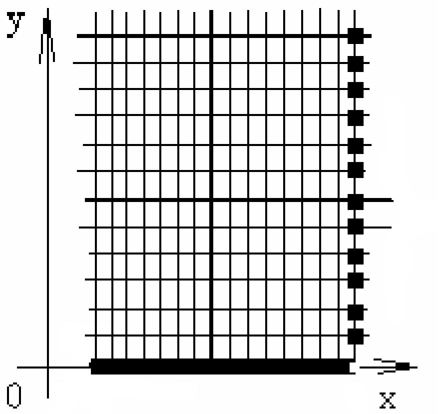
Разобьем участок стержня на n равных частей и рассмотрим шаг h=(b-a)/n (см. рисунок).



Для выбора шага по времени используем условие устойчивости: $\frac{\Delta t}{\Delta x} \le \frac{1}{2k}$ это условие применяется для явной сетки, когда последующий слой считается через предыдущий. Если это условие будет не соблюдаться, то в программе могут возникать неадекватные результаты: очень большие числа или числа разных знаков. Обычно Δt приходится выбирать очень маленьким, например 0,001, 0,0001, что затрудняет процесс счёта на компьютере. Например реальный процесс, который происходит 2 секунды моделируется на компьютере 2 часа.

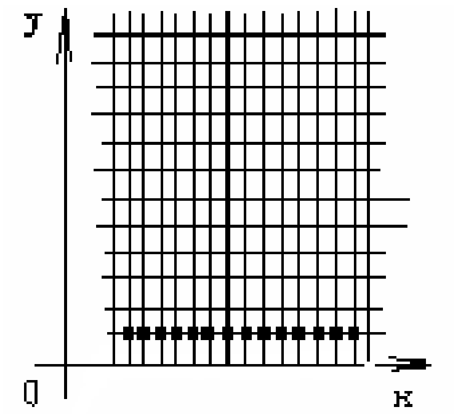
Используя условие U(x,0)=φ(x) мы можем найти значение температуры в каждой точке стержня в начальный момент времени, т.е. посчитать значение в следующих узлах сетки:



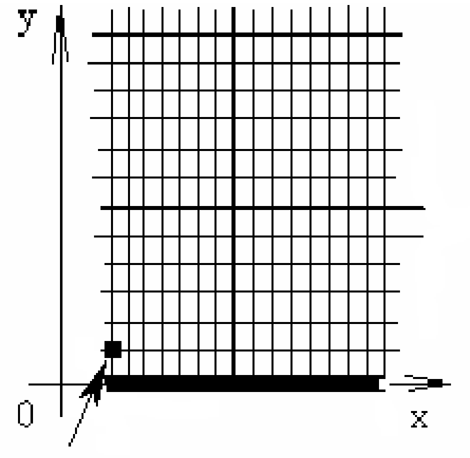


Используя, правое граничное условие, мы найдём значение температуры на правом краю стержня во все моменты времени. На сетке эти точки будут расположены следующим образом:
(см. рисунок).

Затем, используя основное уравнение теплопроводности и выразив последующий слой через предыдущий мы можем найти значения температуры в следующих точках



(см. рисунок).

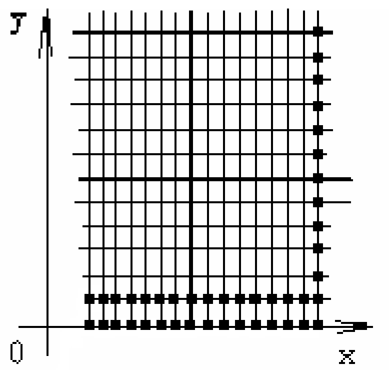


И наконец распишем производную на левой границе: $\dfrac{U_{1,i} - U_{0,i}}{\Delta x} = f(t)$ Найдём значение в точке $U_{0,I}$:

$U_{0,i} = U_{1,i} - \Delta x \bullet f(t)$

Значение в данной точке будет соответствовать следующему узлу сетки (см рисунок).

Таким образом мы посчитаем значения температуры в следующих узлах (см. рисунок)



Таким образом мы можем посчитать температуру во всей сетке (во всех узлах) и будем знать температуру стержня в каждой точке стержня в каждый момент времени.(Для получения более подробных сведений обращаётесь в раздел численных методов – решение краевых задач.)

Алгоритм программы.

В программе можно использовать два одномерных массива, либо один двумерный массив.

Одномерный массив описывается следующим образом:

U0[0..n] – используется для хранения данных предыдущего слоя,

U1[0..n] – используется для хранения данных последующего слоя.

Задаём начальные условия в цикле, т.е. для каждой точки стержня задаём значение температуры в нулевой момент времени:

For i:=0 to nx do { n - количество разбиений стержня}

Begin

U0[i]=φ(x) {в качестве φ(x) ,берётся функция из граничного условия}

x:=i*dx {dx –шаг, который задаётся в начале программы самостоятельно}

Затем открываем цикл по времени:

For j:=1 to T do {T – конечный момент времени}

Begin

U1[n]:=q(t1) { в качестве q(t1) ,берётся функция из правого граничного условия }

t1:=dt*j { dt –шаг, который задаётся в начале программы исходя из условия устойчивости – тоже самое что и Δt }

Затем решаем основное уравнение теплопроводности. Предварительно расписав его в разностном виде:

$$\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta t} = k * \frac{(U_{i+1,j} - 2*U_{i,j} + U_{i-1,j})}{(\Delta x)^2} + f(i,j)$$

Где $U_{i,j+1}$ - это U[i]

$U_{i,j}$ - это U0[i]

$U_{i+1,j}$ - это U0[i+1]

$U_{i-1,j}$ - это U0[i-1]

Выражаем последующий слой через предыдущий:

$$U_{i,j+1} = \Delta t * (\frac{k*(U_{i+1,j} - 2*U_{i,j} + U_{i-1,j})}{\Delta x^2} + f(i,j)) + U_{i,j}$$

т.е. for i:=1 to n-1 do

```
U1[i]:=dt*(k*(U0[i+1]-2*U0[i]+U0[i-1])/(dx*dx)+f(i))+U0[i]
```

Т.о. мы посчитаем температуру на следующем слое , в точках соответствующих индексам от 1 до n-1.

Используя левое граничное условие найдём: $U_{0,i}= U_{1,i}-\Delta x \bullet f(t)$ т.е.

U1[0]:=U1[1]-dx*f(t) {где f(t) функция т левого граничного условия}

Затем выводим слой (результат) на экран:

```
For i:=0 to 1 do
 Write(u1[i]);
   Writeln;
```

Переприсваиваем слои:

```
 U0:=U1 ;
```

Заканчиваем цикл по времени. Заканчиваем программу.

Лекция N8

Моделирование процессов с помощью уравнений гиперболического типа

Колебание струны

С помощью дифференциальных уравнений описываются погодные процессы (перенос теплого и холодного воздуха), конвективные процессы (процессы обмена слоями воздуха или газа в жидкости). Наличие турбулентности (присутствие вихря) приводит к тому, что трудно рассчитать в какой точке какая будет температура. Кроме уже выделенных уравнений для описания конвективных процессов добавляются ещё дополнительные уравнения, т.е. модель усложняется.

Системой дифференциальных уравнений описывают тепловые процессы в таких областях как авиа и ракетостроение. Например топливный бак подвергается значительному механическому и тепловому воздействию.

Классическая задача колебания струны состоит в следующем: струна с концами A,B закреплена в точках A и B, либо подвергается механическому воздействию в этих точках, при этом точка A или точка B начинает отклонятся от положения равновесия. Это отклонение можно обозначить какой-нибудь функцией, например функцией U. Тогда классической задачей о поведении струны при механическом воздействии называется следующая задача: решается уравнение второго порядка

$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = k * \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + f1$ которое описывает отклонение от положения равновесия точек внутри струны.

Начальные условия: $U(x,0) = f(x)$ (условие начального слоя)

$\frac{\partial U}{\partial t} = g(x)$

Краевые условия: $\frac{\partial U(0,t)}{\partial x} = y\ (t)$ **- левое граничное условие**

$U(b,t) = p(t)$ - правое граничное условие.

Решить эту задачу, значит найти отклонение положения струны от равновесия, т.е. найти U в каждый момент времени.

Алгоритм

Задаём массивы (3 массива) –для хранения данных каждого из 3-х слоёв.

U1 – задаёт условия начального слоя;

U2 – определяется функцией на следующем слое (втором);

U3 – определяется значение на следующем слое (третьем).

1. U1 –задано функцией $f(x)$
2. $\left.\frac{\partial U}{\partial t}\right|_{t=0} = g(x)$; это $\frac{U2[x] - U1[x]}{\Delta t} = g(x)$ отсюда нам необходимо выразить U2[x] (самостоятельно)

Благодаря этому условию, мы можем посчитать значения второго слоя.

4. Открываем цикл по времени

for k;2 to n do

begin

3. Распишем основное уравнение $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = k * \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + f1$

$$\frac{U3[x] - 2 * U2[x] + U1[x]}{\Delta t^2} = k * \frac{(U2[x+1] - 2 * U2[x] + U2[x-1])}{\Delta x^2}$$

Выразив U3[x], мы можем в цикле (for x:=0 to n-1 do) посчитать все значения отклонения для каждой точки x на третьем слое, за исключением правой граничной точки на этом же слое.

4.Для нахождения значения в правой граничной точке мы используем правой граничное условие, например $U(b,t) = p(t)$, т.е. мы знаем значения в крайней правой точке стержня равной b для любого момента времени. (возможно будет дана не функция а её производная, тогда необходимо её расписать и выразить U3 в точке b).

Затем вывод U3 и переприсваивание массивов:U1:=U2, U2:=U3;

Закрываем цикл по времени.

Программа на Pascal аналогична первой (для уравнения теплопроводности), составить самостоятельно.

Лекция N9

Тема: “Моделирование стохастических систем. Метод статистических испытаний. Моделирование последовательностей независимых и зависимых случайных испытаний. Общий алгоритм моделирования дискретной случайной величины (ДСВ) “

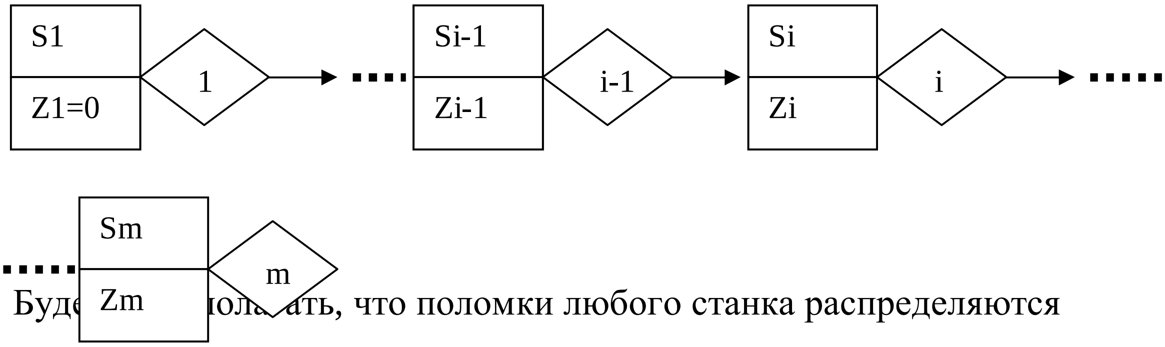
Модели повышенной сложности.

Стохастические модели.

При изучении экономических явлений часто используют модели вероятностного типа. Они отличаются от детерминических моделей.

Детерминические модели не использую случайных явлений и их связи во времени.
Стохастические модели используют взаимозависимость случайных явлений во времени. Стохастические модели существуют со времени возникновения теории вероятностей. Примерами таких моделей можно считать схему бросания кости или выбор карты.
Если в относительных величинах анализируемых детерминистскими моделями существует стабильность а случайными отклонениями пренебрегают, то в стохастических моделях учитываются случайные отклонения.
Задание: подготовить проект одной стохастической модели, которая включает в себя случайное отклонение.
В экономике стохастические модели имеют наибольшее применение, т.к. экономические отклонения на рынке распространены и они имеют случайный характер.
Кроме экономики случайные процессы моделируются в психологии и педагогике, биологии. Для модели соответствующей данному предмету приходится генерировать случайное число, либо в языках программирования, либо в прикладных сферах. Но генерация случайных чисел, это не создание модели полностью.
При вычислении площади криволинейной трапеции используется формула учитывающая случайности (метод Монте-Карло)
Рассмотрим пример экономической задачи, в которой присутствует случайное отклонение.
Если рассмотреть экономическую модель, то она моделирует поведение групп станков поточной линии. Перед каждым станком имеется страховой задел (Si). Этот задел содержит детали необходимые для обеспечения станка необходимыми деталями. При недостатке страхового задела станки будут простаивать и это приведёт к снижению

производительности линии. Задача сводится к нахождению страхового задела, который минимизирует издержки производства. Пусть линия состоит из m станков, zi – число полуфабрикатов поступающих на i станок после i-1 операции.



Будем полагать, что поломки любого станка распределяются равномерно в течении главного периода работы (T) линии . Исправление неисправности станка занимает небольшое время по сравнению с T работой линии. Задача: найти оптимальный страховой задел s1,s2,s3,…,sm.

В такой постановке задача может быть решена методом динамического программирования, который основан на двух принципах:

1. Пошаговое конструктивное решение
2. Оптимальность

Этапность решения задачи следующая: конструируется целевая функция на первом шаге для последнего станка, находится оптимальный страховой задел Sm. На втором шаге записывается целевая функция для двух последних станков и находится Sm-1 и …Sm. И так далее пока не найдём S1.

Обозначим через ti – время работы i-го станка за период T. Для задания этой величины надо задать закон распределения ti.

Fi(t) - плотность распределения ti.

Pi – штраф i-го станка в единицу времени.

Hi – стоимость детали после i-1 операции.

λi – производительность i-го станка в единицу времени.

τi – простой i-го станка.

Выводим τi следующим образом:

$$\tau i = \begin{cases} 0, ti \le \dfrac{Si + Zi}{l\,i} \\ ti - \dfrac{Si + Zi}{l\,i}, ti \ge \dfrac{Si + Zi}{l\,i} \end{cases}$$

τi – случайная величина.

По формуле из теории вероятностей определяется математическое ожидание затрат для i-го станка из-за его простоев:

$$Li = Pi * \int\limits_{\frac{Si+Zi}{l\,i}}^{\infty} (ti - \frac{Si + Zi}{l\,i}) * fi(t)dt$$ - математическое ожидание затрат для i –го станка.

Обозначим через ri число неиспользованных деталей после окончания работы линии.

$$ri = \begin{cases} 0, ti \ge \dfrac{Si + Zi}{l\,i} \\ (Si + Zi - l\,i * ti), ti < \dfrac{Si + Zi}{l\,i} \end{cases}$$

Определим по готовой формуле математическое ожидание неиспользованных деталей для этого станка.

$$L_1i = ri * \int\limits_{0}^{\frac{Si+Zi}{l\,i}} (Si + Zi - l\,i * ti) * f(ti)dt_i$$ - математическое ожидание неиспользуемых деталей для i-го станка.

Составим уравнение характеризующее работу для поточной линии.

1. $Qm = Lm + L_1m$ – математическое ожидание затрат от простоев неиспользованных деталей. Находим min значение Qm с помощью оптимизации полученной функции.

2. Находим Qm-1=Lm-1+L_1m-1 затраты для m-1 станка. Находится min оптимизационной функции
3. …

m. Q1=L1+$L_1$1

Таким образом задача сводится к системе уравнений в которых находится min целевых функций для любого станка.

Решить эти уравнения или найти целевую функцию можно либо составлением программы, либо графическим методом линейного программирования, но в любом случае система уравнений представляет собой стохастическую модель для описания экономического процесса.

Лекция N 10

Нечеткая логика. Понятие о нечетких множествах.

На основе теории о нечетких логиках в настоящее время создаются новые модели в таких областях как педагогика и психология, банковское дело и экономика.

Нечеткая логика возникла как наиболее удобный способ построения систем уравнений метрополитенами и сложными технологическими процессами, а также нашла применение в бытовой технике (стиральные машины, микроволновые печи).

Математический аппарат нечеткой логики был раз0работан в США. Активное развитие данного метода началось в Японии. Появился новый термин: fuzzy – “нечеткий”, “размытый”.

Нечеткая логика является многозначной логикой и этро позволяет определить промежуточные значения для таких общепринятых оценок как “да” / ”нет”, “истинно” / ”ложно”, “черное” / ”белое”. Выражения подобные таким как “слегка тепло”, “довольно холодно” возможно формулировать математически и обрабатывать на компьютерах.

Нечеткая логика появилась в 1965 году в работах Лотфи Задэ (профессор технических наук Калифорнийского университета). Задэ расширил классическое понятие множеств. Понятие “множество” давалось следующим образом: - Это набор элементов объединенных по какому то правилу. Правило называлось характеристическим свойством и если элемент удовлетворяет этому свойству, то он не принадлежит множеству. Т. е. допускается, что характеристическая функция может принимать значение 0, 1. Заде допустил, что характеристическая функция принимает значения [0; 1]. Такие множества были названы им нечеткими.

Заде определил ряд операций над нечеткими множествами и предложил обобщение известных множеств логического вывода. Было введено понятие лингвистической переменной и допущено, что в качестве ее значений (термов) выступают нечеткие множества.

Заде создал аппарат для описания процессов интеллектуальной деятельности, включая нечеткость и неопределенность выражений.

Нечеткая логика, на которой основано нечеткое управление ближе по духу к человеческому мышлению и к естественным языкам, чем традиционные логические системы. Нечеткая логика обеспечивает эффективные средства отображения неопределенностей и неточностей реального мира. Наличием математических средств отражения нечеткости исходной информации позволяет построить модель аддитивную реальности.

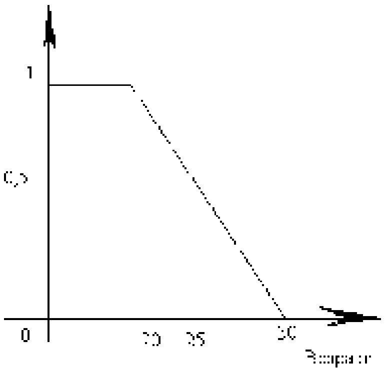
Самым главным понятием систем основанных на нечеткой логике является понятие нечеткого множества. Четкие множества являются подмножествами нечетких.

Пример: Рассмотрим множество молодых людей. B = {молодежь}, возраст начинается с 0. верхний предел определить на много сложней.

Рассмотрим верхний предел 20. т.е. B=[0..20]. Возникает вопрос: почему на следующий день после 20-летия кто-то не является молодёжью? Очевидно это структурная проблема.

Мысль должна быть формализована, если рассуждения четкие (молодой, немолодой) то используются 0 и 1. Реально можно допустить бесконечное число значений между 0 и1 (I=[0..1]).

Для наглядности приведём характеристическую функцию множества молодых людей.



25 летние люди молоды со степенью 50%.

Более строгое представление о нечётких множествах (НМ)

Пусть E - универсальное или несущее множество, x – элемент E, R - некоторое свойство, тогда нечёткое подмножество A несущего множества E, элементы которого удовлетворяют свойству R, определяется как множество упорядоченных пар.

A={$\mu_A(x)/x$}, где $\mu_A(x)$ – характеристическая функция принимающая значение 1 в том случае, если x полностью удовлетворяет свойству R и значениям от 0 до 1, если x не полностью удовлетворяет свойству R и 0, если x вообще не удовлетворяет свойству R.

Множество M называется множеством принадлежности, если M=[0..1], то A нечёткое множество, если M={0,1}, то A чёткое множество. Функция принадлежности указывает степень (или уровень) принадлежности элемента множеству A.

Пример записи НМ.

Если E состоит $E=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}M=[0,1]$, A – нечёткое множество для которого $\mu_A(x_1)=0{,}3$, $\mu_A(x_2)=0$, $\mu_A(x_3)=1$, $\mu_A(x_4)=0{,}6$, $\mu_A(x_1)=0{,}9$. тогда множество A можно представить в виде:

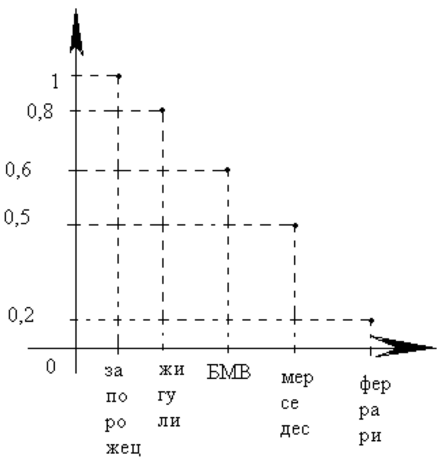
A={0,3/x_1; 0/x_2; 1/x_3; 0,6/x_4; 0,9/x_5;}

Рассмотрим пример, когда универсальным множеством Е является множество машин.

Е={запорожец; жигули; мерседес; БМВ; феррари}

На основе универсального множества создаётся НМ А.

А=”машина для бедных” . Т.о. функция принадлежности для данного множества может выглядеть следующим образом:



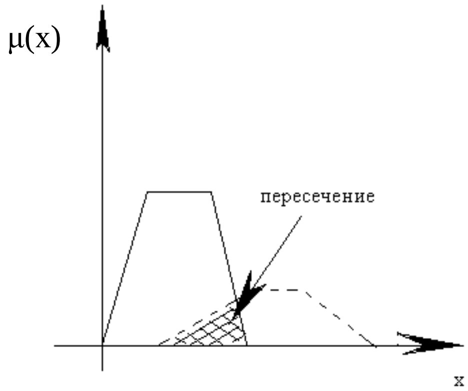
Точно также можно построить на основе этого множества НМ «престижные», «среднего класса», «скоростные» и т.д.

В рассмотренных примерах использованы прямые методы, когда эксперт либо просто задаёт для каждого х€Е значение $\mu_A(x)$, либо определяет функции совместимости. При прямых методах используются также групповые прямые методы:

Например: Группе экспертов предъявляют конкретное лицо и каждый должен дать один из двух ответов – «человек лысый» или «не лысый». Тогда количество утвердительных ответов делённое на общее число экспертов даёт значение $\mu_{лысый}$ данного лица.

С НМ можно выполнять те же действия, что и с числовыми множествами но они достаточно сложнее выполняются.

Например: построить характеристическую функцию для множества А- множество детей в 11а классе способных к математике. В- множество детей в 11а классе способных к музыке. Изобразить сначала отдельно две характеристические функции для множества А (5 детей), В (4), затем построить пересечение этих двух множеств.



Пусть A и B НМ на универсальном множестве E, говорят, что A содержится в B, если для любого x из E $\mu_A(x) \le \mu_B(x)$ и обозначают $A \subset B$.

Пример: A-множество чисел очень близких к 10, B-множество чисел близких к 10, тогда можно сказать, что $A \subset B$.

Пересечением НМ A и B называется наибольшее нечёткое подмножество содержащееся одновременно в A и в B.

$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$

Объединением НМ A и B называется НМ обозначаемое $A \cup B$, функция принадлежности которого определяется следующим образом:

$\forall (x) \in U$, $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра информатики и методики преподавания математики

Учебно-методический комплект дисциплины: Компьютерное моделирование

Специальность 030100 Информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Потапов А.С.

«___» ______________ 2009 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ
Для студентов заочного отделения

Ведущий лектор:

Богданова Мария Васильевна, канд.техн.наук., доцент

Одобрен на заседании кафедры

«___» _________ 200 __ г. протокол № _________

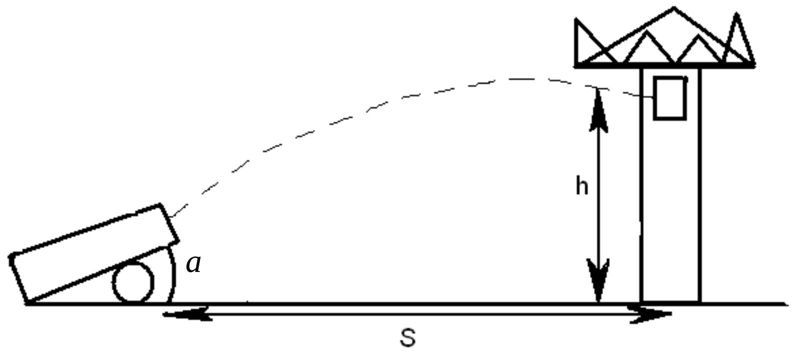
Воронеж 2009

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

В данной части включены наиболее сложные лабораторные задачи и их подробный разбор.

Моделирование физической и биологической задачи.

Задача о пушке, которой надо попасть в крепость.



Известна высота башни h и расстояние S до неё. Найти угол a, при котором снаряд из пушки попадёт в башню на высоте h.

Решение.

(см в лекциях)

Горизонтальное и вертикальное смещение снаряда за время t описывается формулами:

$$x = (u \cdot \cos a) \cdot t$$

$$y = (u \cdot \sin a) \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

где g - ускорение свободного падения = 9.8 и u - начальная скорость вылета снаряда.

Выразим t из первой формулы и подставим во вторую:

$$h = S \cdot tga - \frac{gS^2}{2u^2 \cos^2 a}$$

Задача сводится к решению методом половинного деления где $0 < a < 45$. Метод половинного деления или аналог в артиллерийском приёме (пристреле) – одно положение выше цели, второй выстрел ниже цели. Алгоритм метода половинного деления смотри в численных методах.

Текст программы на Pascal:

```
program n1;
```

```
uses crt;
 var v,h,s:integer;
     a1,a2,a,h1,h2,hh:real;
begin
 clrscr;
writeln('Введите начальную скорость');
 readln (v);                                    { Ввод с клавиатуры скорости  }
 writeln('Введите расстояние до цели');
 readln(s);                                     { Ввод с клавиатуры расстояния }
 writeln('Введите высоту цели');
readln(h);                                      { Ввод с клавиатуры высоты  }
 a1:=0;                       {начальный угол}
 a2:=89;                      {конечный угол}
 a:=(a1+a2)/2;                {искомый угол т.е  промежуточный угол}
 hh:=s*(sin(pi/180*a)/cos(pi/180*a))-
(9.8*s*s)/(2*v*v*cos(pi/180*a)*cos(pi/180*a));
                                                          {высота полёта при
искомом угле}
 while abs(hh-h)>0.01 do
 {пока разность между искомым и полученным углом  больше 0.001 то
выполнять цикл}
 begin
  if hh>h then a2:=a  ;
{если полученная высота больше искомой, то a2 = промежуточному углу}
  if hh<h then a1:=a;
{если полученная высота меньше искомой, то a1 = промежуточному углу}
   a:=(a1+a2)/2;                  (искомый т.е. промежуточный угол =  середине
между a1 и a2)
  hh:=s*(sin(pi/180*a)/cos(pi/180*a))-
(9.8*s*s)/(2*v*v*cos(pi/180*a)*cos(pi/180*a));
{расчёт новой высоты при новом промежуточном угле}
 end;
 write('Угол =',a);  {вывод полученного угла}
 readkey;
 end.
```

Например, угол, при котором пушка попадёт на высоту 5, на расстоянии 10 при начальной скорости 20 равен 34 градуса.

Задания:

Найти необходимый угол выстрела, при скорости вылета снаряда 20, на расстояние 5, чтобы снаряд попал в цель на высоте 5.

Найти необходимый угол выстрела, при скорости вылета снаряда 15, на расстояние 5, чтобы снаряд попал в цель на высоте 5.

Найти необходимый угол выстрела, при скорости вылета снаряда 20, на расстояние 10, чтобы снаряд попал в цель на высоте 15.
Сделайте вывод о зависимости между необходимым углом и скоростью вылета снаряда;
Сделайте вывод о зависимости между необходимым углом и расстоянием до цели;
Сделайте вывод о зависимости между необходимым углом и высотой цели;
Сделайте вывод о зависимости между всеми параметрами модели.

Задача о кроликах и лисах.
На некотором острове живут лисы и кролики. Кролики питаются травой, а лисы кроликами. Экологи пересчитывают кроликов и лис и сделали вывод:

1. Коэффициент прироста числа кроликов зависит от колебания погоды (холодная или тёплая) и колеблется от 3.2 до 4.7
2. Коэффициент прироста числа лис при избытке крольчатины колеблется от 5.2 до 5.7. При недостатке прирост пропорционален приросту кроликов.
3. Коэффициент пропорциональности =50

Требуется установить, как меняется численность кроликов, и лис с течением времени.

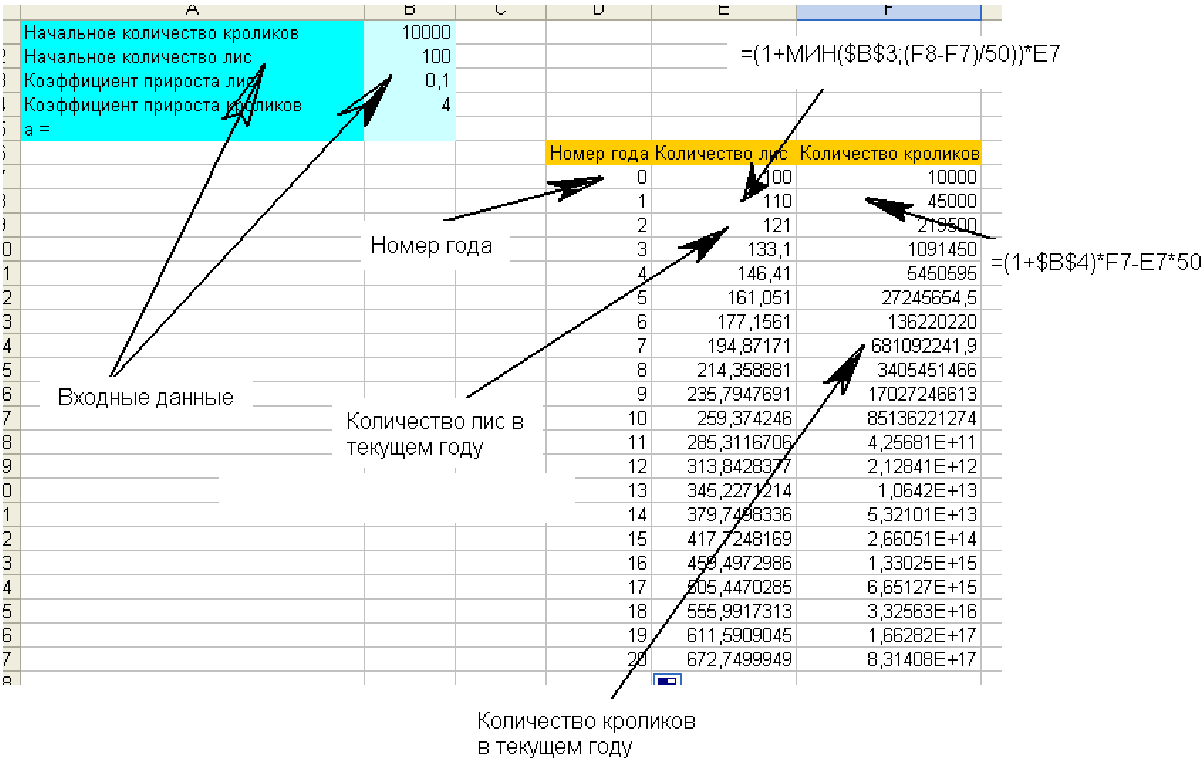
Построение модели и схему взаимодействия лис и кроликов смотри в лекциях.
Текст задачи на Pascal:

```
program n2;
uses crt;
var i,n:integer;
  m,m1,l1,l,
    k,a:real;
begin
clrscr;
write('vvedite kolichestvo let');
readln(n);
write('vvedite nachalnoe kolichestvo krolikov');
readln(m);
write('vvedite nachalnoe kolichestvo lis');
readln(l);
```

```
write('vvedite koefficient prirista krolikov');
readln(k);
write('vvedite koefficient prirista lis');
readln(a);
for i:=1 to n do
begin
m1:=(1+k)*m-50*l;
if a<(m1-m)/50 then  l1:=(1+a)*l else l1:=(1+(m1-m)/50)*l;
l:=l1;
m:=m1;
end;
writeln('kolichestvo lis = ',l);
writeln('kolichestvo krol = ',m);
readkey;
end.
```

Решение в Excel:

На рисунке видно, что в ячейки B1-B4 вводим исходные данные. В ячейку E8 вводим формулу *=(1+МИН(B3;(F8-F7)/50))*E7* затем растягиваем ячейки вниз на необходимое количество лет (в данном примере 21 год; от 0 до 20). В ячейку *=(1+B4)*F7-E7*50* и аналогично растягиваем. В результате в ячейках E7-E27 получим количество лис в соответствующих справа годах. В F7-F27 – количество кроликов. Например, видно, что при начальном количестве кроликов = 10000, при количестве лис = 100, и коэффициентах роста для кроликов = 4 и лис =0,1 количество кроликов через 10 лет будет 85136221274 а лис 259.



	A	B
1	Начальное количество кроликов	10000
2	Начальное количество лис	100
3	Коэффициент прироста лис	0,1
4	Коэффициент прироста кроликов	4
5	a =	

Номер года	Количество лис	Количество кроликов
0	100	10000
1	110	45000
2	121	219500
3	133,1	1091450
4	146,41	5450595
5	161,051	27245654,5
6	177,1561	136220220
7	194,87171	681092241,9
8	214,358881	3405451466
9	235,7947691	17027246613
10	259,374246	85136221274
11	285,3116706	4,25681E+11
12	313,8428377	2,12841E+12
13	345,2271214	1,0642E+13
14	379,7498336	5,32101E+13
15	417,7248169	2,66051E+14
16	459,4972986	1,33025E+15
17	505,4470285	6,65127E+15
18	555,9917313	3,32563E+16
19	611,5909045	1,66282E+17
20	672,7499949	8,31408E+17

Задания:

Исследуйте по модели количество кроликов и лис при начальном количестве 1000 кроликов. Что произошло? В чём погрешность модели?

Исследуйте по модели количество кроликов и лис при начальном количестве 10000 кроликов и различных коэффициентах роста кроликов и лис. Сделайте выводы.

Сделайте выводы о взаимосвязи между различными параметрами.

Краевые задачи:

Используя метод конечных разностей решить краевую задачу:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{(\partial x)^2}$$

U(x,0)=2*cos(x+0.55)

$$\frac{\partial U}{\partial X}\Big|_{x=a} = \sin(t)$$

U(0.6,t)=0.817+2*t

Текст задачи на Pascal

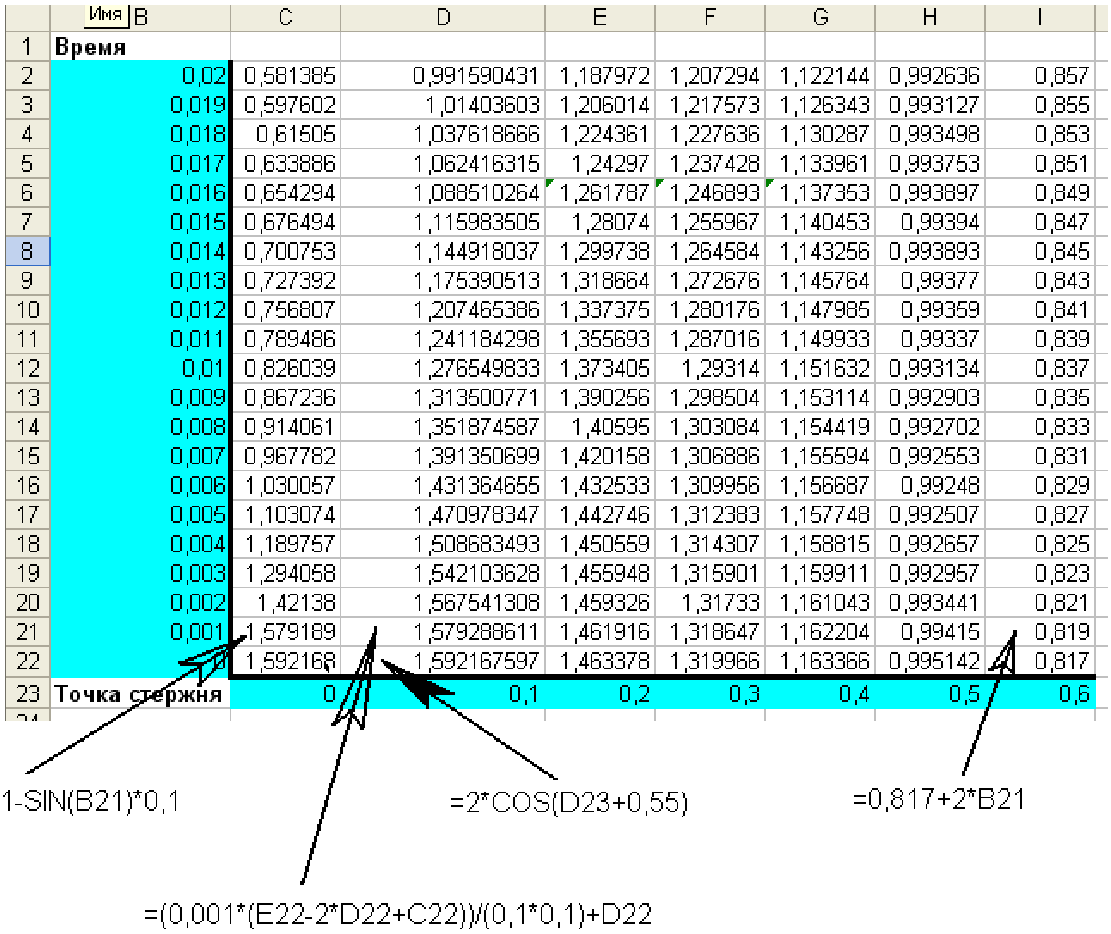
```
Program  kraevaya_zadacha;
 uses crt;
```

```
 const x0 = 0;                          {начальная точка стержня}
      dx = 0.1;                         {шаг разбиения стержня}
      nx = trunc(0.6/dx);               {количество разбиений }
      t0 = 0;                           {начальный момент времени}
      dt = 0.001;                            {шаг по времени –берётся из условия
устойчивости }
      T = 20;                           {количество промежутков времени}

  var u0,u1:array [0..nx] of real;
     x,t1:real;
     i,j,i1:integer;
  begin
  clrscr;
{ ========================Вывод на экран строки значений x
================}
   write (' ':7);
   for i:=0 to nx do
    begin
    x:=x0+i*dx;
    write('|',x:7:4);
    end;
    writeln;
    writeln('--------------------------------------------------------------');

{========Вычисление в цикле значения температуры в начальный
момент времени===}

    for i:=0 to nx do
     begin
      x:=x0+i*dx;
      u0[i]:=2*cos(x+0.55);
      end;
   for j:=0 to T do                      {открываем цикл по времени}
      begin
       t1:=t0+j*dt;
        u1[nx]:= 0.817+2*t1;              {Задаём правое граничное условие}
           for i:=1 to nx-1 do
{=================Вычисление температуры на  следующем слое}
            U1[i]:=(dt*(U0[i+1]-2*U0[i]+U0[i-1]))/(dx*dx)+U0[i] ;
             U1[0]:= U1[1]-dx*sin(t1);                    {вычисление левого
граничного условия}
      {=======================Вывод  результатов на экран}
        write(t1:7:4);
```

```
      for i1:=0 to nx do
      write ('|',u1[i1]:7:4);
      writeln;
   U0:=U1;                         {переприсваивание массивов}
    End;                           {Закрытие цикла по времени}
end.
```

Решение в Excel:

На рисунке видно, что в ячейках C23-I23 содержаться точки стержня (от 0 до 0.6). В ячейках B2-B22 содержаться значения моментов времени. Тогда на пересечении строки и столбца находится соответствующие искомые значения.



	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Время							
2	0,02	0,581385	0,991590431	1,187972	1,207294	1,122144	0,992636	0,857
3	0,019	0,597602	1,01403603	1,206014	1,217573	1,126343	0,993127	0,855
4	0,018	0,61505	1,037618666	1,224361	1,227636	1,130287	0,993498	0,853
5	0,017	0,633886	1,062416315	1,24297	1,237428	1,133961	0,993753	0,851
6	0,016	0,654294	1,088510264	1,261787	1,246893	1,137353	0,993897	0,849
7	0,015	0,676494	1,115983505	1,28074	1,255967	1,140453	0,99394	0,847
8	0,014	0,700753	1,144918037	1,299738	1,264584	1,143256	0,993893	0,845
9	0,013	0,727392	1,175390513	1,318664	1,272676	1,145764	0,99377	0,843
10	0,012	0,756807	1,207465386	1,337375	1,280176	1,147985	0,99359	0,841
11	0,011	0,789486	1,241184298	1,355693	1,287016	1,149933	0,99337	0,839
12	0,01	0,826039	1,276549833	1,373405	1,29314	1,151632	0,993134	0,837
13	0,009	0,867236	1,313500771	1,390256	1,298504	1,153114	0,992903	0,835
14	0,008	0,914061	1,351874587	1,40595	1,303084	1,154419	0,992702	0,833
15	0,007	0,967782	1,391350699	1,420158	1,306886	1,155594	0,992553	0,831
16	0,006	1,030057	1,431364655	1,432533	1,309956	1,156687	0,99248	0,829
17	0,005	1,103074	1,470978347	1,442746	1,312383	1,157748	0,992507	0,827
18	0,004	1,189757	1,508683493	1,450559	1,314307	1,158815	0,992657	0,825
19	0,003	1,294058	1,542103628	1,455948	1,315901	1,159911	0,992957	0,823
20	0,002	1,42138	1,567541308	1,459326	1,31733	1,161043	0,993441	0,821
21	0,001	1,579189	1,579288611	1,461916	1,318647	1,162204	0,99415	0,819
22	0	1,592168	1,592167597	1,463378	1,319966	1,163366	0,995142	0,817
23	Точка стержня	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6

В ячейку C22 вводим формулу *=D22-SIN(B22)*0,1* затем растягиваем её вверх до C2 (из условия $\frac{\partial U}{\partial X}\big|_{x=a} = \sin(t)$). В ячейку D22 вводим *=2*COS(D23+0,55)* и растягиваем до ячейки H22 (из условия U(x,0)=2*cos(x+0.55)). Вводим в I22 формулу *=0,817+2*B22* (из условия

U(0.6,t)=0.817+2*t*)* и растягиваем вверх до I2. Затем в D21 вводим формулу *=(0,001*(E22-2*D22+C22))/(0,1*0,1)+D22* (из условия $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{(\partial x)^2}$) и растягиваем от D21 вверх и вправо до H2. В результате мы получим значения для каждой точки в каждый момент времени.

Задания: сравните данные таблицы с результатами работы программы на Pascale.

Моделирование в среде MathCAD *задачи «Хищники и жертвы».*

Составим по данной математической модели программу на языке MathCAD (см. теорию), и определим колебания числа жертв и хищников, решив нелинейные дифференциальные уравнения:

Выбираем стандартную функцию ORIGIN

ORIGIN:=1

B:=4 {из данных}

$y := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ {столбец неизвестных}

F(t,y):= $\begin{bmatrix} By_1(1-y_2) \\ y_2(y_1-1) \end{bmatrix}$

ORIGIN:=0

z:=Rkadapt(y,0,50,1001,F)

t:= $z^{(0)}$

x:= $z^{(1)}$

y:= $z^{(2)}$

Строится график:

ORIGIN := 1

B := 4

$y := \begin{pmatrix} 2 \\ . \end{pmatrix}$

$F(t,y) := \begin{bmatrix} B \cdot y_1 \cdot (1 - y_2) \\ y_2 \cdot (y_1 - 1) \end{bmatrix}$

ORIGIN := 0

z := Rkadapt(y,0,50,1001,F)

$t := z^{\langle 0 \rangle}$

$x := z^{\langle 1 \rangle}$

$y := z^{\langle 2 \rangle}$

t =

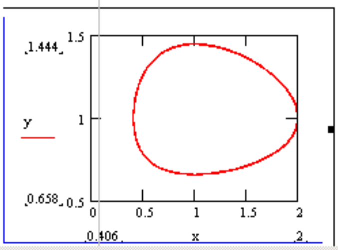
	0
0	0
1	0.05
2	0.1
3	0.15
4	0.2
5	0.25
6	0.3
7	0.35
8	0.4
9	0.45
10	0.5
11	0.549
12	0.599
13	0.649
14	0.699

x =

	0
0	2
1	1.99
2	1.959
3	1.909
4	1.841
5	1.757
6	1.661
7	1.557
8	1.449
9	1.34
10	1.233
11	1.131
12	1.036

y =

	0
0	1
1	1.051
2	1.104
3	1.156
4	1.208
5	1.257
6	1.303
7	1.343
8	1.377
9	1.405
10	1.425
11	1.438
12	1.444
13	1.443
14	1.437



Рекомендации:

Кроме самостоятельных заданий на каждом занятии студенту предлагается самостоятельные проекты – создать компьютерную модель к зачёту. Модель должна представлять собой самостоятельное исследование где студент должен сам поставить задачу, затем построить для неё математическую модель, которую в последствии должен преобразовать в компьютерную модель. Результаты работы компьютерной модели должны быть наглядно представлены и должны быть сделаны соответствующие выводы. Втечение семестра студент может консультироваться по вопросам своего проекта, а кроме того ознакомиться с примерами других проектов – компьютерных моделей.

FTP : impm.vspu.ac.ru\Bogdanova_M_V\

Примерами моделей могут быть:

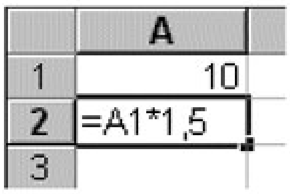
Модель размножения популяции кроликов.

Представим себе небольшую популяцию кроликов, живущую на обширном лугу, где вдоволь пищи и не мешают хищники. В таких благоприятных условиях кролики начинают стремительно размножаться. Каждый месяц их численность увеличивается раза в полтора. За сезон она возрастает втрое, за год — почти в 130 раз. Можете сами проверить эти числа с калькулятором, и тогда вам станет ясно, почему возникло выражение «плодятся, как кролики».

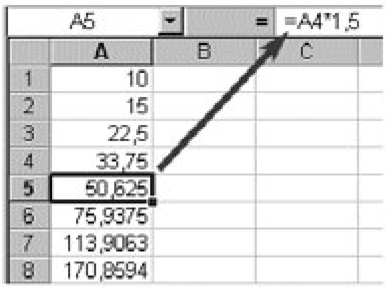
Такой ускоренный рост в математике называется экспоненциальным. Конечно, рано или поздно он должен будет остановиться. Но за счет чего? В природе экспоненциальный рост популяций сдерживают два механизма: хищники и внутривидовая конкуренция за пищу и жизненное пространство, когда сильные оттесняют от пищи слабых. Человек добавляет третий способ — отлов животных. Давайте попробуем разобраться, как все это влияет на численность популяции. А помогут нам электронные таблицы, умеющие выполнять вычисления и строить графики.

Электронная таблица вычисляет и строит.

Итак, запускаем Excel. Перед нами таблица, клетки которой, как в игре «Морской бой», обозначаются сочетанием буквы и цифры. В каждую клетку можно вписать текст, число или арифметическую формулу. Формулы могут ссылаться на другие ячейки. Это позволяет производить в таблице довольно сложные многоступенчатые вычисления, когда результаты расчета в одной ячейке служат исходными данными для вычислений в других ячейках. Чтобы немного освоиться, попробуем рассчитать экспоненциальный рост кроличьей популяции.



Допустим, что вначале у нас было 10 кроликов. Занесем это число в ячейку А1. В ячейке А2 вычислим количество кроликов спустя один месяц. Для этого впишем в нее формулу **= A1*1,5** (знак равенства в начале — отличительный признак формулы в ячейке).

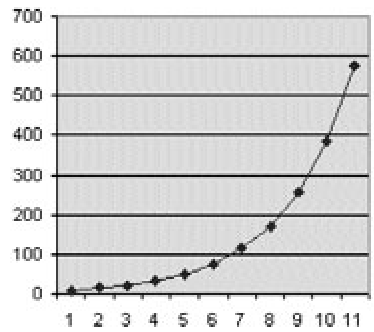


Нажимаем Enter, и вместо формулы появляется результат — число 15. Теперь в следующую ячейку (А3) впишем формулу **=A2*1,5,** результат — 22,5, и так далее... Как видите, все очень просто.

Конечно, скучновато вписывать в клетки одни и те же формулы. К счастью, этот процесс можно ускорить. Щелкните мышью на последней клетке с формулой, и вокруг нее появится рамка с квадратной точкой в правом нижнем углу. Хватайте за эту точку мышью и тащите ее вниз, растягивая рамку. Как только отпустите, формула продублируется во всех захваченных ячейках.

Чтобы проверить результат, выделите, к примеру, клетку А5. В строке формул (сразу над таблицей) появится: **=A4*1,5.**

Заметьте, что формула ссылается на предыдущую ячейку. Умная операция растягивания копирует формулы, на ходу немного подправляя их. В результате значение в каждой следующей ячейке зависит от предыдущей — как раз то, что нам нужно.



Выделим теперь мышью весь столбец чисел и построим по ним график. Нажимаем кнопку на панели инструментов и выбираем тип построения «График». Жмем «Готово», и вот она, экспонента**:**

Выживает сильнейший.

Экспоненциальный рост популяции описывается знакомой формулой геометрической прогрессии:

$\mathbf{x_{n+1}=axn}$

Основание прогрессии a>1 учитывает скорость размножения кроликов и их естественную смертность (от старости). Однако чем больше кроликов обитает на лугу, тем сильнее они конкурируют между собой за пищу и право продолжения рода. В таких условиях далеко не каждый из них может дать потомство. В нашей задаче это означает, что основание прогрессии уменьшается с ростом численности. Математически это можно описать так:

$$\mathbf{x_{n+1}=(a-bx_n)x_n}$$

Небольшая поправка b описывает жесткость конкуренции. При малой численности она почти не сказывается на росте популяции, но когда поголовье достигает определенной величины, дальнейший рост останавливается (почему?).

A5 = =(A2-A3*A4)*A4

	A	B	C
1	1,5	a	
2	0,002	b	
3	10	x0	
4	14,8		
5	-2190,37		
6	-7,1E+07		
7	1,11E+19		
8	8,67E+45		
9	-8E+110		
10	-6E+267		
11	#ЧИСЛО!		

Создадим новую таблицу и занесем в ее первые три ячейки величины a, b и начальное значение поголовья x0. В ячейку A4 впишем формулу для вычисления x1: **=(A1–A2*A3)* *A3.** Результат — 14,8. Как и следовало ожидать: чуть меньше, чем было раньше. Теперь растянем формулу клеток на 20 вниз и...

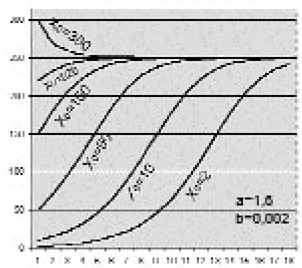
Как размножаются формулы.

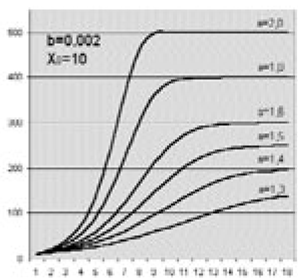
Стоп-стоп-стоп! Что-то явно пошло не так. Почему в ячейке A5 получилось отрицательное значение? Неужели конкуренция столь велика, что за месяц все кролики вымерли? Но тогда почему еще через два месяца их становится 1,111019 штук!? Столько и на всей Земле не поместится. Дальше идут совсем уж абсурдные числа, а в ячейке A11 программа и вовсе отказывается считать: полученная величина превосходит ее вычислительные возможности, наступает переполнение.

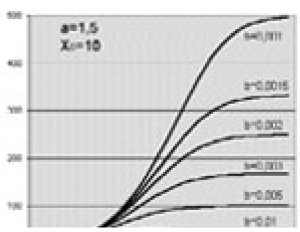
Где же произошла ошибка? Посмотрите внимательно на формулу в ячейке A5 (она видна на рисунке в строке формул). Вместо ссылок на ячейки A1 и A2, где заданы величины a и b, там стоят ссылки на клетки A2 и A3. Вот в чем дело! «Умная» таблица, дублируя формулу, подправил все входящие в нее ссылки, а надо-то было менять одну только ссылку — на величину x0; ссылки же на ячейки с коэффициентами a и b должны были оставаться без изменений.

Можно ли запретить таблице корректировать эти ссылки? Конечно, можно. Исправьте формулу в ячейке A4 следующим образом: =(A$1-A$2*A3)*A3. Для этого выделите ячейку, нажмите клавишу F2 и редактируйте. Знак доллара перед номером строки запрещает менять этот номер при растягивании и копировании формулы. Такая неменяющаяся ссылка называется абсолютной.

Снова растянем формулу из ячейки A4 вниз... Вот теперь все как надо. Выделяем клетки с A3 до, скажем, A20 и строим график.



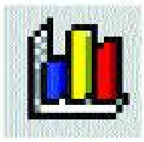




Смотрите: в первые 6-7 месяцев рост идет как раньше, почти экспоненциально. Потом он становится равномерным, а когда численность популяции переваливает за 170 голов, рост замедляется и совсем останавливается на отметке 250. Это явление называется насыщением. Дальше поголовье расти не может: конкуренция так велика, что сколько рождается кроликов за месяц, столько же гибнет от голода, драк и болезней.

Практика виртуального кролиководства

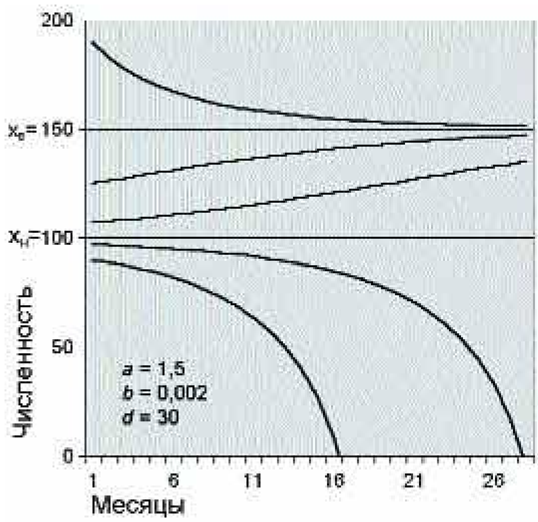
Вот модель и готова. Можно начинать экспериментировать. В наших руках три параметра: начальная численность кроликов x0, их плодовитость a и внутренняя конкуренция b. Попробуем менять каждый из них по отдельности. Результат представлен на диаграмме.



Оказывается, что почти при любой начальной численности x0 популяция через некоторое время достигнет вполне определенного поголовья и дальше меняться не будет.

Причем если численность кроликов больше этого предельного уровня, то она довольно быстро сократится. Величина стабильного уровня численности зависит только от двух величин — a и b. Вот вам и первое задание: выведите формулу для вычисления уровня, на котором стабилизируется численность кроликов при заданных значениях a и b.

Продолжим экспериментировать. А что если кроликов в самом начале будет очень много? Например, 1000 штук. Подставляем число в ячейку A3, и... красивый график разрушается, в таблице полно отрицательных чисел, а в конце маячит переполнение. В чем дело? Неужели опять ошибка в формулах? Но мы же их не меняли...



Вдруг охотник выбегает...

Да-да, соседнее охотхозяйство решило частично истребить чересчур расплодившихся зверьков. На общем собрании между охотниками распределили лицензии на ежемесячный отлов и отстрел кроликов, и всего этих лицензий с штук. Попробуйте исследовать, как отреагирует на эту новую напасть наша популяция. Определите, сколько кроликов можно изымать ежемесячно, чтобы не уничтожить популяцию, — это третье задание. Для его выполнения понадобится подправить формулы в нашей таблице и немого поэкспериментировать. В экспериментах примите a = 1,5, b = 0,002, x0 = 32 и попробуйте разные значения с.

Охотничьи квоты

Но иногда численность насыщения столь велика, что разросшаяся популяция вызывает настоящее бедствие, как это случилось в Австралии. Сходный характер имеют и многие инфекционные болезни: их возбудители размножаются в организме больного, нарушая его работу.

Препятствуя росту популяции, можно, например, регулярно отлавливать некоторую часть животных (а в случае с инфекцией — уничтожать часть микробов лекарственными препаратами). Тогда уравнение развития популяции приобретает вид:

$$x_{n+1}=(a - b_{xn})x_n - d,$$

где d — число отлавливаемых ежемесячно животных.

Это уравнение значительно интереснее первого. У него есть сразу два стационарных уровня: верхний хв и нижний хн. Попробуйте их определить —

это наше первое задание. (Подсказка: для этого достаточно положить $x_{n+1}=x_n=x$.)

Если численность популяции выше хн, она будет постепенно приближаться к хн. Но едва только численность становится меньше xn, как популяция обрекается на быстрое уничтожение (если, конечно, вовремя не прекратить отлов). Подобные модели позволяют охотоведам и экологам определять допустимые квоты добычи диких животных и рыбы. Меняя квоту d, можно регулировать численность популяции.

Уравнение удавов

Наша экологическая модель очень проста. В ней только одна популяция, да и у той численность регулируется искусственно. Но все меняется, когда на сцене появляется естественный регулятор — хищники.

Обозначим численность удавов как y. Встречаясь с кроликом, удав с некоторой вероятностью съедает его. Убыль кроликов пропорциональна как численности удавов, так и поголовью самих кроликов. Поэтому в нашем «уравнении кроликов» появляется новый член cxnyn:

$$x_{n+1}=(a - bx_n)\, x_n - cx_ny_n - d.$$

Коэффициент c характеризует успешность охоты при встрече хищника и жертвы.

Однако не только кролики зависят от удавов, но и наоборот. Когда кроликов мало, численность удавов сокращается. Если же пищи достаточно, то плодовитость удавов примерно пропорциональна числу съеденных кроликов. Нетрудно составить «уравнение удавов»:

$$y_n+1=ey_n + fx_ny_n.$$

Коэффициент e < 1 задает скорость уменьшения голодающей популяции удавов, а коэффициент f — скорость ее прироста в результате встреч с кроликами. Математики называют нашу пару уравнений «логистической моделью Лотке–Вольтерра»,

Модель движения груза под действием силы упругости.

Другим примером модели может служить модель движения груза под действием силы упругости.

Конкретной целью явилось получение графика движения этого тела.
Задача и особенно ее решение выявляют несколько иные аспекты понимания протекающего процесса.
Выявление характера движения (тело движется под действием только силы упругости т.к. вначале мы предполагаем, что движение происходит в горизонтальной плоскости и это движение не является ни равномерным, ни равноускоренным).

Этапы создания модели:

- Выявление важных факторов процесса (масса тела, жесткость пружины) и несущественных (коэффициент сопротивления).
- Составление математической модели.
- Написание алгоритма.
- Написание программы.
- Запуск программы и получение результатов.

Основная идея моделирование данного процесса заключается в разбиении процесса движения на очень малые промежутки времени, на которых мы можем считать движение тела равномерным, а изменение скорости происходит на концах интервала.
То есть, мы разбиваем непрерывный процесс на дискретный.

Математическая модель

1. X=X+Vt
2. V=V+at
3. a=-(k/m)X

На основе математической модели пишем алгоритм.

```
алг клебание груза (x,v,t,t1,k,m вещ);
арг k,m,v,x
рез v,x
нач ввод(x,v,k,m);
a:=0;t:=0;
t1:=0,01; t1- это промежутки времени
нц пока t<600
x:=x+v*t1
v:=v+a*t1
a:=-(k/m)*x
рисуем точку с координатами (t,200+x)
t:=t+t1
кц.
```

Далее учащиеся самостоятельно набирают программу на том языке программирования, который они предпочитают.

Пример программы на языке Паскаль.

```
program koltb_gruza;
uses graph,crt;
```

```
var i,j:integer;
t,t1,x,v,k,m,a:real;
begin
x:=100;v:=0;a:=0;m:=2;k:=1000;t:=0;t1:=0,01;
i:=detect;
initgraph(i,j,'');
while t<600 do
begin
x:=x+v*t1
v:=v+a*t1
a:=-(k/m)*x
putpixel(round(t),round(200+x));
t:=t+t1
end;
readkey;
end.
```

После запуска программы и получения результатов, всеобщий восторг вызывает полученная косинусоида. Оказывается, действительно график колебания груза под действием силы упругости очень похожи на синусоиду.

В свое время этот результат в физике был получен очень «неявно» и здесь мы получили красивое подтверждение правильности гипотезы.

После создания студенты могут поставить следующие вопросы

Что необходимо изменить в тексте программы, чтобы вместо косинусоиды на экране компьютера мы увидели синусоиду?

1. Что необходимо изменить в тексте программы, если колебания будут происходить
в вертикальной плоскости?
2. Что необходимо изменить в тексте программы, чтобы учесть действие сил сопротивления?

Известно, что период колебания груза под действием силы упругости вычисляется по известной формуле

Можно, также получить период из полученной модели, внеся соответствующие дополнения в текст программы.

Необходимо вычислить период по формуле и получить в результате работы программы, сравнить их в зависимости от начальных значений. Обязательно найти эти зависимости.

Важна самостоятельная работа студента на поставленные вопросы это самостоятельная работа студентов по нахождению ответов на поставленные вопросы.

Именно решая их студенты понимают суть физического процесса, принципа компьютерного моделирования и совершенствуют методы программирования.

Материалы для текущего контроля студентов.

К Теме: “Понятие ″модели″. Моделирование как метод познания. Натуральные и абстрактные модели.“

Вопросы:

1. Дать определение понятию “Модель”.
2. Какие виды моделей вы знаете.

К Теме: ”Виды моделирования в естественных и технических науках. Компьютерная модель.“

Вопросы:

1. Что такое компьютерная модель.
2. Что такое модель теоретико-множественная.
3. Дать определение логической модели.

К Теме: “Абстрактные вербальные, информационные модели. Объект и их связи. Основные структуры в информационном моделировании. Примеры.“

Вопросы:

1. Дайте определение информационные модели.
2. Что такое объект.

К Теме: “Имитационное моделирование. Модели динамических систем. Инструментальные программные средства для моделирования динамических систем. Модель популяции.”

Вопросы:

1. Дайте определение “Динамическая система”.
2. Какие инструментальные программные средства для моделирования вы знаете.

К Теме: “ Геометрическое моделирование и компьютерная графика.”

Вопросы:

1. Дайте определение графа. Укажите виды графов.
2. Какие способы задания графов вы знаете.

3.Как применяется компьютерная графика в моделировании

К Теме: “Различные подходы к классификации математических моделей. Модели с сосредоточенными и распределенными параметрами. Дескриптивные, оптимизационные, многокритериальные, игровые модели. Системный подход в научных исследованиях.“

Вопросы:

1. Дайте определение игровой модели.
2. Дайте классификацию математической модели.
3. В чём заключается принцип системного подхода в научных иследованиях.

К Теме: “Численный эксперимент. Его взаимосвязи с натуральным экспериментом и теорией. Достоверность численной модели. Анализ и интерпретация модели.“

Вопросы:

1.Дайте определение краевой задачи.

2.Какие виды краевых задач вы знаете.

3.Изложите сущность метода конечных разностей.

К Теме: “Моделирование стохастических систем. Метод статистических испытаний. Моделирование последовательностей независимых и зависимых случайных испытаний. Общий алгоритм моделирования дискретной случайной величины (ДСВ) “

Вопросы:

1.Дайте определение стохастической системы.

2.Приведите примеры случайных процессов.

3.Укажите примеры стохастических моделей.

К Теме: “Моделирование систем массового обслуживания. Переход от детерминированных систем к хаотическому поведению.“

Вопросы:

1.Где используется нечёткая логика.

2.Что такое нечёткое множество.

3.В каких видах моделей используется нечёткая математика.

К Теме: “Примеры математических моделей в химии, биологии, экологии, экономике. Учебные компьютерные модели. Программные средства для моделирования предметно-коммуникативных сред (предметной области). Специфика использования компьютерного моделирования в педагогических программных средствах.“

Вопросы:

1.Изложите сущность задачи “Кролики и лисы”.

2.Изложите сущность задачи “Хищники и жертвы”.

3.Приведите примеры моделей в химии, экономике, экологии.

4.К каким видам моделей можно отнести обучающие программы.

К Теме: “Моделирование физической и биологической задачи”

Вопросы:

1.Какие физические и биологические модели вы знаете.

2.Изложите задачу о пушке.

Задания к контрольным работам

Контрольная работа №1

1. Дайте определение модели и компьютерного моделирования.
2. Укажите виды и классификации моделей. Приведите примеры моделей по каждому виду.
3. Используя учебное пособие по информатике для средней школы 10-11 класс (А.Г. Гейн, А.И. Сенокосов Информатика 10-11 Просвещение 2003) смоделировать процесс неограниченного роста зелёной массы растений в разных географических зонах, а также процесс ограниченного роста в этих зонах.

Контрольная работа №2

1. Определите стохастические и имитационные модели. Укажите примеры.
2. Раскройте сущность численного эксперимента. Укажите отличие компьютерной и математической модели в численном эксперименте.
3. Имея математическую модель процесса теплопроводности, постройте компьютерную модель, а затем результаты представьте в виде статистической или динамической модели.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = 0{,}5\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \sin^2(x,t) \\ y(x,0) = x\cos x + x^2 \\ U\big|_{x=b} = t^2 \end{cases}$$

где a=0, b=1

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Знать понятие модели, виды моделей.
2. Уметь пользоваться моделированием как методом.
3. Уметь создавать компьютерные модели в естественных и технических науках.
4. Уметь выделять объекты и их связи, пользоваться имеющимися основными структурами в информационном моделировании.
5. Уметь отладить существующие программы-имитаторы для динамических систем.
6. Уметь создавать программы, иллюстрирующие процессы в физике, математике, биологии, используя среды Pascal, Basic, Delphi.
7. Уметь пользоваться графическими редакторами для геометрического моделирования.
8. Представлять основные этапы проведения численного эксперимента, уметь создавать численную модель, анализировать и интерпретировать ее.
9. Уметь пользоваться методом статистических испытаний, общим алгоритмом моделирования дискретной случайной величины, представлять основные методы моделирования стохастических систем.
10. Представлять основные положения моделирования систем массового обслуживания.
11. Знать классические примеры математических моделей в химии, биологии, экологии, экономике. Уметь создавать математические модели, адекватно отражающие происходящие процессы.
12. Уметь пользоваться программными средствами для моделирования предметно-коммуникативных сред.